Peer Reviewed, Open Access, Free Online Journal
Published monthly : ISSN: 2308-832X
Issue 9(18); September 2014

Original Article: BILANCIAMENTO CONFLITTI FRIENDLY

Citation
Zhukovsky V.I., Sachkov S.N. Bilanciamento conflitti friendly. *Italian Science Review*. 2014; 9(18). PP. 169-179.
Available at URL: http://www.ias-journal.org/archive/2014/september/Zhukovsky.pdf

Authors
V.I. Zhukovskiy, Lomonosov Moscow State University, Russia.
S.N. Sachkov, Moscow State University of Technologies and Management named after K.G. Razumovskiy, Russia.

Submitted: August 29, 2014; Accepted: September 15, 2014; Published: September 25, 2014

1. Introduzione

L'interazione di due o più individui, i cui interessi non coincidono, formano quello che viene comunemente chiamato il conflitto. Bilanciare il conflitto - e quindi offrire ad utilizzare tali soggetti azioni del conflitto (nella teoria matematica dei giochi chiamati giocatori), che sarebbe adatto di ciascuno dei giocatori (in un modo o nell'altro!). In questo corso ci sono due approcci.

Il primo ampiamente distribuito ed è ancora usato attivamente. L'approccio è basato sulla massima soddisfazione di ogni giocatore i propri interessi, desideri. La teoria matematica si basa sulla proposta nel 1949 (allora studente laureato presso Princeton University e ora noto economista americano e matematico, Premio Nobel nel 1994 da John Forbes Nash), il principio del bilanciamento del conflitto [1, 2]. Questo principio è stato successivamente chiamato equilibrio di Nash. E 'formato da un insieme di azioni dei giocatori, la deviazione da cui una delle parti in conflitto (il giocatore) non può migliorare "conquista pianificata" Rifiutato (insieme di azioni giocatori resistenti alla flessione di uno di loro). Questo approccio è stato ampiamente utilizzato in economia, sociologia, ecologia, medicina, meccanica, sistemi di controllo, ecc In particolare, per il suo lavoro per l'economia, che è strettamente associato con l'equilibrio di Nash, il periodo 1994-2012 ha assegnato sette premi Nobel (in quanto il premio nel 1994, assegnato a John Nash, insieme Raykord Zelten e John Harsanyi [3] "per l'analisi fondamentale equilibri nella teoria dei giochi non-cooperativi").

Il secondo approccio, che è il soggetto di questo articolo, è vicino alla "regola d'oro, che consiste nel fatto che dobbiamo agire come vorremmo gli altri ad agire verso di noi" [4] (in comune con il santo Vangelo secondo Luca "...[31] e come volete che ci fossero persone con voi, e fare per loro"[5, p. 1.091]). L'antitesi del primo approccio di cui sopra "egoista" (il desiderio di migliorare ogni, soprattutto il suo "benessere") sono al centro di essere messo desiderio altruistico di "aiutare tutti intorno, dimenticando i propri interessi." Un tale approccio amichevole a equilibrare il conflitto esiste in affini, rapporti familiari, nelle comunità religiose, che si manifesta nella carità, sponsorizzazioni, ai problemi ambientali, e simili, che è "intuitivo" approccio amichevole a equilibrare il conflitto (di seguito denominato "l'equilibrio da Berger") sono stati a lungo utilizzati e continua ad essere utilizzato! Tuttavia, lo studio matematico (teoria matematica di questo approccio) - ha cominciato ad emergere solo nel 1994 e solo in Russia. Ci rivolgiamo ora alla storia della formazione del concetto di "equilibrio Berger." Esso è strettamente connessa con Konstantin Semenovich Wiseman, matematico russo, purtroppo non anche fino a 36 anni.

2. Risultati Konstantin Vaisman

L'emergere del concetto di "equilibrio Berger" è causato dalla pubblicazione nel 1957 a Parigi significativo, ma difficile da leggere, monografie Claude Berge [6]. Si noti che il concetto di "equilibrio da Berger" in [6] non è stata determinata, ma è il concetto di "auto-Volunteered" nel processo di familiarizzazione con il libro [6, Capitolo 1, § 7 e il Capitolo 5, § 27] (corso di un seminario scientifico Professore Zhukovsky V.I. nel 1994). Purtroppo, questo libro ha la revisione urgente occidentale di Martin [7] Shubik. In particolare, il riesame ha giustamente sottolineato che in [6] "... nessuna attenzione è stata prestata agli allegati per l'economia", ma, a nostro avviso, non è giusto", un libro di scarso interesse per gli economisti." Molto probabilmente, tale revisione, così come l'autorità scientifica di M. Shubik "paura" di [6] esperti occidentali sulla teoria dei giochi ed economia. In Russia, dopo [6] è stato tradotto in russo (nel 1961), lo studio della traduzione in russo (e, per fortuna, revisione ignoranza M. Shubik) solo portato ad un nuovo concetto di "equilibrio Berger" sulla base di una opportuna modifica di "equilibrio di Nash". L'unica differenza è che la stabilità di vittorie qui postulate dalle deviazioni di tutti i giocatori, se non colui che questa funzione payoff "possiede" (come definito dal equilibrio di Nash di "azione" (strategia) del singolo giocatore e tutti gli altri "luoghi del cambiamento").

Pertanto, la definizione di "equilibrio da Berger" è apparso in [8-10] nel 1994-1995, è in Russia, in articoli e tesi di laurea Konstantin Vaisman (allora studente laureato Zhukovsky V.I.). Questo concetto è stato immediatamente applicato nel [11-13] per i giochi non cooperativi differenziali lineari-quadratica con incertezza posizionale. Infine, il concetto di "equilibrio Berger" è stata "presa dalla Russia," gli studenti algerini di V.I. Zhukovsky Mohammed Radzhefom [14] e Moussa Larbani [15], poi attivamente studiati dai nostri colleghi occidentali (si veda. Survey [16], dove ci sono già più di 60 titoli, nonché la revisione recentemente pubblicata dell'Ucraina [17, p. 53-56] e più di 40 pubblicazioni in russo). Come questi articoli, la maggior parte delle opere dedicate alle proprietà di equilibrio in Berger, caratteristiche, modifiche del termine, a causa dell'equilibrio di Nash. Sembra che nella teoria matematica emergente di equilibrio Berger ha già superato metodi euristici palco e avvicinando la fase di formazione di una teoria matematica rigorosa. Sostituito da un accumulo intenso di fatti viene probabilmente lo stadio evolutivo di sviluppo interno. Si noti che la teoria matematica dei giochi in questi casi, "richiede" una risposta chiara alle seguenti tre domande [18, p.22]:

1) Qual è il principio proposto di ottimalità, le sue proprietà?

2) C'è una soluzione ottimale?

3) Come trovarlo?

Le risposte alle ultime due domande (per l'equilibrio da Berger) e l'oggetto di questo articolo.

Passiamo ora alle definizioni, e $(i=1,2,3)$, per brevità, ci limitiamo il conflitto finora solo tre partecipanti e senza incertezze

$$\Gamma_3 = \left\langle \{1,2,3\}, \{X_i\}_{i=1,2,3}, \{f_i(x)\}_{i=1,2,3} \right\rangle,$$

Ecco la strategia di i-giocatore $x_i \in X_i \subset \mathbf{R}^{l_i}$ ($\mathbf{R}^{l_i}$ - spazio euclideo l_i-dimensionale), la sua funzione di payoff $f_i(x)$, la situazione $x=(x_1,\ x_2,x_3)\in X=\prod_{i=1}^{3} X_i$.

Definizione 1. Una $\left(x^{\vee}, f^{\vee}\right) \in X \times \mathbf{R}^3$ coppia è detto di essere in equilibrio in soluzione Berge-Vaisman del gioco G_3, se ci sono due condizioni:

1^0) sull'equilibrio Berger:

$f_1(x_1^{\vee}, x_2, x_3) \leq f_1(x^{\vee}) \quad \forall x_j \in X_j \ (j = 2, 3)$,

$f_2(x_1, x_2^{\vee}, x_3) \leq f_2(x^{\vee}) \quad \forall x_k \in X_k \ (k = 1, 3)$,

$f_3(x_1, x_2, x_3^{\vee}) \leq f_3(x^{\vee}) \quad \forall x_r \in X_r \ \ (r = 1, \ 2)$,

$f^{\vee} = (f_1(x^{\vee}), f_2(x^{\vee}), f_3(x^{\vee}))$ - Foto di equilibrio da Berger vince;

2^0) razionalità individuale:

$$f_1(x^{\vee}) \geq \max_{x_1} \min_{x_2, x_3} f_1(x) \ ,$$

$$f_2(x^{\vee}) \geq \max_{x_2} \min_{x_1, x_3} f_2(x) \ ,$$

$$f_3(x^{\vee}) \geq \max_{x_3} \min_{x_1, x_2} f_3(x) \ ,$$

cioè, il guadagno di ogni giocatore in una situazione di equilibrio nel Bergier $x^{\vee} = (x_1^{\vee}, x_2^{\vee}, x_3^{\vee})$ non inferiore a "suo" maximin.

Si noti che la $x^{\vee}$ situazione è soddisfacente unica condizione (1^0) è chiamato l'equilibrio da Berger nel gioco.

Merito K.S. Wiseman che ha mostrato:

- Berge equilibrio esiste in alcuni casi, quando non vi è alcuna situazione di equilibrio di Nash (cit controesempi);

- In un certo numero di esempi (il dilemma del prigioniero, l'ambiente ([. 18, p 193])) ha dimostrato che $x^{\vee}$ l'equilibrio può fornire ai giocatori grandi vincite che l'equilibrio di Nash;

- Costruito esempi in cui i singoli giocatori vince in una situazione di equilibrio nel Berger $x^{\vee}$ meno di loro Maximin, giustificando così la necessità di ulteriori requisiti di razionalità individuale (2^0) (nella definizione di cui sopra 1).

La continua ricerca K. Weisman 2008 Zhukovsky V. rivelano [19] condizioni sufficienti per l'esistenza di equilibrio Berger come la presenza di un punto di sella della convoluzione $(x^0, z^{\vee}) \in X \times X$ della forma

$$\max_i \ \left[f_i(x \| z_i) - f_i(z) \right] \ , \ z_i \in X_i \ ,$$

$$z = (z_1, \ldots, z_n) \in X = \prod_{i \in \mathrm{N}} X_i$$

(Vedere. Ulteriori affermazione 1). Le idee di questo approccio e utilizzati in questo articolo. Si noti che queste condizioni sufficienti sono collocati nel libro [20] dedicato alla memoria benedetta di Konstantin Semenovich Vaisman.

L'improvvisa (nel 1998) Morte a 35 anni di Costantino fermato il ritmo della ricerca Vaisman equilibrio Berge in Russia. Ma dato i suoi successi nello stabilire questo equilibrio ed eccellenti caratteristiche personali, "per aiutare tutti a dimenticare me," di questo articolo gli autori ritengono che sia giusto per la situazione $x^{\vee}$ modulo di gioco Γ_3 non cooperativo che soddisfa le condizioni di cui sopra (1^0) e (2^0), ha chiesto un equilibrio Berge-Vaisman.

Lo scopo di questo articolo:

1) di formalizzare la nozione di equilibrio garantito da Berger nel problema di conflitto di molti partecipanti, tenendo conto delle incertezze - le incertezze, che sono noti solo ai limiti di variazione;

2) per dimostrare l'esistenza di una tale soluzione nella classe di strategie miste, e allo stesso tempo l'esistenza dell'equilibrio da Berger in strategie miste nei giochi della forma Γ_3 (giochi non cooperativi senza incertezza).

3. Il concetto di equilibrio garantito da Berger

3.1. Maximin con la posizione gerarchica del gioco. In teoria dei giochi, Massimino e la strategia x^g maximin in F^g problema di un criterio con incertezza definita $\langle X, Y, F(x, y) \rangle$ catena di uguaglianze

$$\max_{x \in X} \min_{y \in Y} F(x, y) = \min_{y \in Y} F(x^g, y) = F^g$$

(1).

Interpretiamo il processo di creazione di una soluzione garantita per

$\left(x^g,\ F^g\right) \in X \times \mathbf{R}$ (1) come la formazione di un gioco decisione gerarchica a due livelli in cui il livello superiore di un giocatore sceglie la sua strategia $x \in X$ sul campo - il giocatore analiticamente incertezza Builder $y(x): X \to Y$, $y(\cdot) \in C(X,Y)$ ($y(x)$ - continua sulla $X \subset \mathbf{R}^l$ funzione vettoriale a valori con i valori nel set $Y \subset \mathbf{R}^m$).

Il primo corso per un giocatore di alto livello si passa al livello inferiore informazioni sulle loro possibili strategie $x \in X$.

Seconda mossa per il giocatore di livello inferiore - che genera incertezza $y(x): X \to Y$, tale che per ogni $x \in X$ esiste una (funzionamento interno minimo (1))

$$\min_{y \in Y} F(x, y) = F(x, y(x)) = F[x] \quad (2)$$

quindi (ipotizzando una $y(x)$ singola) invia trovato al $y(x)$ piano superiore.

Terzo corso: Il giocatore di livello superiore forma una $\left(x^g, F^g\right)$ coppia di catena di uguaglianze (funzionamento esterno del massimo in (1)):

$$\max_{x \in X} F(x, y(x)) = F\left(x^g, y(x^g)\right) = F^g \quad (3)$$

e offre all'utente una $\left(x^g,\ F^g\right)$ coppia come una "guida per l'azione" (per x^g usare garantendo stessi valori $F^g \le F\left(x^g, y\right)\quad \forall y \in Y$).

3.2. Modello matematico di conflitto. Modello matematico del conflitto può essere rappresentato come un gioco n-persona non cooperativo con l'incertezza (incertezza - è imprecisa e (o) informazioni incomplete sulle azioni intraprese, come ad esempio aumenti dei prezzi sul mercato, interruzioni delle forniture, ecc)

$$\Gamma_n = \left\langle\ \mathrm{N},\ \{X_i\}_{i \in \mathrm{N}},\ Y^X,\ \{f_i(x,y)\}_{i \in \mathrm{N}} \right\rangle.$$

Qui $\mathrm{N} = \{1, \ldots, n\}$ - l'insieme dei numeri di serie coinvolti nel conflitto (i giocatori), la strategia del giocatore i-esimo $x_i \in X_i \subset \mathbf{R}^{l_i}$, $(i \in \mathrm{N})$. Nel gioco Γ_n, ogni giocatore i-esimo non è integrato con altri coalizione sceglie la strategia $x_i \in X_i$ $(i \in \mathrm{N})$, come conseguenza di una situazione

$$x = (x_1, \ldots, x_n) \in X = \prod_{i \in \mathrm{N}} X_i \subset \mathbf{R}^l$$

$\left(l = \sum_{i \in \mathrm{N}} l_i\right)$; Y^X - Un sacco di incertezza $y(x): X \to Y \subset \mathbf{R}^m$, cioè, l'insieme delle funzioni-m-vettore $y(x)$ valutate definite su X a valori in Y. Come risultato dell'incertezza $y(x)$, una coppia $(x, y(x))$, che determina il guadagno $f_i(x, y(x))$ (il valore della funzione saldo $f_i(x, y)$ per una particolare coppia $(x, y(x))$).

Per compito "piano sostanziale" di ogni giocatore i-esimo è quello di scegliere (e uso) tale della sua strategia $x_i \in X_i$, in cui sarebbe payoff razionale (accettabile dal punto di vista del giocatore). In questo caso, i giocatori devono concentrarsi sulla possibilità di qualsiasi incertezza $y(\cdot) \in Y^X$. Ci rivolgiamo ora al concetto di una soluzione garantita al gioco Γ_n.

3.3. Definizione di soluzioni garantite. Realizziamo la formalizzazione di soluzioni di gioco come descritto al punto 3.1, in cui il funzionamento del minimo interna (2) è sostituito dalla costruzione di n bassi (per ogni i-Player)

$$f_i[x] = \min_{y \in Y} f_i(x, y) = f_i\left(x, y^{(i)}(x)\right),\ i \in \mathrm{N}, \quad (4)$$

($f_i[x] \le f_i(x, y)\ \forall y \in Y$ e quindi $f_i[x]$ garantire l'i giocatore), e il funzionamento del esterno massimo (3) da una sequenza di due operazioni:

a) Per il "Gioco garanzie," $\Gamma_g = \left\langle\ \mathrm{N}, \{X_i\}_{i \in \mathrm{N}}, \left\{\ f_i[x] = f_i\left(x, y^{(i)}(x)\right)\ \right\}_{i \in \mathrm{N}} \right\rangle$ troviamo l'insieme $X^{\vee}$ di tutte le situazioni che $x^{\vee}$ soddisfano l'equilibrio da Berger (Berger-situazioni di equilibrio Γ_g), cioè,

$$\max_{x_{N\setminus\{i\}}\in X_{N\setminus\{i\}}} f_i[x \| x_i^{\vee}] = f_i[x^{\vee}] \ (i \in N) \quad (5)$$

dove

$[x \| x_i^{\vee}] = [x_1, \ \dots \ , x_{i-1} \ , x_i^{\vee}, x_{i+1} \ , \ \dots \ , x_n]$, $x_{N\setminus\{i\}} = [x_1, \ \dots \ , x_{i-1}, x_{i+1} \ , \ \dots \ , x_n]$, , $X_{N\setminus\{i\}} = \prod_{\substack{j\in N \\ j\neq i}} X_j$;

b) da una varietà $X^{\vee}$ di situazioni $x^{\vee}$, alcuni (5) per selezionare la situazione Slater massima (debolmente efficace) nel problema n-criteri $\left\langle X^{\vee}, \{f_i[x]\}_{i\in N} \right\rangle$ (6) che è incompatibile con $x \in X^{\vee}$ qualsiasi sistema di disequazioni severe $f_i[x] > f_i[\bar{x}^{\vee}] = f_i^S \quad (i \in N)$ (7). E poi la coppia $\left(\bar{x}^{\vee}, f^S\right) \in X \times \mathbf{R}^n$ ha annunciato forte equilibrio garantito da giochi Berger Γ_n. Qui n-vettore $f = (f_1, \ \dots \ , f_n) \in \mathbf{R}^n$ Il processo di rendere tale decisione ulteriormente mostrato nella Figura 1.

Definizione 2. Una $\left(\bar{x}^{\vee}, f^S\right) \in X \times \mathbf{R}^n$ coppia ha detto di essere fortemente garantito l'equilibrio da Berger (USRB) gioco Γ_n, se sei riuscito a trovare le funzioni m-vettore n $y^{(i)}(x) \ (i \in N)$ continui per i quali

$$\min_{y(\cdot)\in Y^X} f_i(x, y(x)) = f_i(x, y^{(i)}(x)) = f_i[x] \quad \forall x \in X \quad (i \in N)$$

ed inoltre

1) non cooperativi "garanzie gioco" $\Gamma_g = \left\langle N, \ \{X_i\}_{i\in N} \ , \ \{ \ f_i[x]\}_{i\in N} \right\rangle$ (8) vi è una situazione $x^{\vee} \in X$ che soddisfa (5). L'insieme di tutte queste situazioni $x^{\vee}$ è indicato con $X^{\vee}$, e le situazioni si sono $x^{\vee} \in X^{\vee}$ chiamati equilibrio da Berger nel gioco (8);

2) la situazione $\bar{x}^{\vee}$ è massima Slater in n-criteri problema $\left\langle X^{\vee}, \{f_i[x]\}_{i\in N} \right\rangle$,

vale a dire ognuno $x \in X^{\vee}$ troverà la "sua" stanza $j(x) = j \in N$, dove il $f_j[x] \leq f_j[\bar{x}^{\vee}] = f_j^S$ (Questa definizione è equivalente alla incoerenza in qualsiasi $x \in X^{\vee}$ sistema di disequazioni severe $f_i[x] > f_i[\bar{x}^{\vee}] = f_i^S \quad (i \in N)$);

3) n-vettore $f^S = (f_1[\bar{x}^{\vee}], \dots, f_n[\bar{x}^{\vee}]) = (f_1^S, \dots, f_n^S)$

Nota 1. "Game significa" definizione USRB è il seguente: ogni situazione $x \in X$ ha la sua propria garanzia $f[x] = (f_1[x], \dots, f_N[x])$ vettoriale. Di queste garanzie è selezionato prima, l'equilibrio da Berger, dall'altro, della pluralità di quest'ultimo - il massimo (nel "senso vettoriale") Slater. Couple - situazione di equilibrio e vettoriale vincere (su di esso) e ha dichiarato USRB "buono": i giocatori sono invitati ad approfittare della situazione e raggiungere "il più redditizio per loro stessi" (in condizioni di incertezza) garantita vittoria, che coincide con la corrispondente componente della garanzia vettore così $f^S = (f_1^S, \ \dots \ , f_n^S)$.

4 Condizioni sufficienti

4.1. Riduzione per la costruzione del punto di sella [19]. "Garanzie di gioco" (8) assegnano la convoluzione

$$\varphi(x, z) = \max_{i\in N}\left(f_i[x \| z_i] - f_i[z]\right) \ (9)$$

dove

$[x \| z_i] = [x_1, \dots, x_{i-1}, z_i, x_{i+1}, \dots, x_n] \in X = \prod_{i\in N} X_i$

$z_i \in X_i \ (i \in N)$,

$z = [z_1, \dots, z_i, \dots, z_n] \in X$.

Funzione scalare $(x^0, z^{\vee})$ Saddle punto $\varphi(x, z)$ definito da una catena di disuguaglianze

$$\varphi(x, z^{\vee}) \leq \varphi(x^0, z^{\vee}) \leq \varphi(x^0, z)$$
$$\forall x, z \in X \quad . (10)$$

Adozione 1. Secondo componente $z^{\vee} = x^{\vee} \in X$ del punto di sella della $(x^0, z^{\vee})$ funzione (9) soddisfa la condizione (5) da Berge equilibrio nel gioco Γ_g, poi c'è un equilibrio da Berger nel "gioco delle garanzie" (8).

Proof. Dalla disuguaglianza di destra della (10) con $z = x^0$ la presa in considerazione (9) che poi $\varphi(x^0 \| x_i^0) = \max_{i \in \mathrm{N}} \left(f_i[x^0 \| x_i^0] - f_i[x^0] \right) = 0$, secondo la (10), abbiamo $\varphi(x, z^\vee) = \max_{i \in \mathrm{N}} \left(f_i[x \| z_i^\vee] - f_i[z^\vee] \right) \le 0$ $\forall x \in X$.

Quindi $i \in \mathrm{N}$, per ciascuno $f_i[x \| z_i^\vee] - f_i[z^\vee] \le 0 \quad \forall x \in X$ avrà $x \in X$ tutto o

$f_i[x \| z_i^\vee] \le f_i[z^\vee], i \in \mathrm{N}$. (11)

Attuazione (11) per tutti $x \in X$ ($i \in \mathrm{N}$) significa che la situazione $z^\vee = x^\vee \in X$ soddisfa il requisito (5), e quindi il secondo componente del punto $(x^0, z^\vee)$ di sella $z^\vee \in X$, soddisfa la condizione di equilibrio in (5) Berger (equilibrio da Berger nel gioco Γ_g).

4.2. Continuità della funzione $\varphi(x, z)$ (9).

Adozione 2. Let 'garanzie gioco "(8) set sono X_i compatti (chiuso e limitato), e $\mathbf{R}^{l_i}$ le funzioni di payoff $f_i[x]$ sono continue su $X = \prod_{i \in \mathrm{N}} X_i$.

Allora la funzione scalare $\varphi(x, z)$ di (9) è continua su $X \times X$.

Tale risultato è conseguenza del noto nella teoria della ricerca operativa, infatti: Supponiamo che la funzione $\psi(u, w)$ è continua sul $U \times W$ set e W - CD, allora la funzione è $\eta(u) = \max_{w \in W} \psi(u, w)$ continua su U.

5. Estensione misto "del gioco garanzie"

5.1. Strategie miste e situazioni. Consideriamo ora il "Gioco garanzie" (8), e su ogni costrutto compatto $X_i \subset \mathbf{R}^{l_i}$ $(i \in \mathrm{N})$ Borel σ -algebra B (X_i) - l'insieme dei sottoinsiemi X_i tali che, e di $X_i \in B(X_i)$ essere chiusi sotto il complemento e l'unione $B(X_i)$ numerabile di $B(X_i)$ insiemi, inoltre, è l' σ -algebra più piccola che contiene tutti i sottoinsiemi chiusi del compatto X_i .

Nel caso di situazioni che $x^\vee$ soddisfano l'equilibrio da Berger (5) non esiste nella classe di strategie $x_i \in X_i$ $(i \in \mathrm{N})$ pure, seguiremo l'approccio di Emile Borel, John von Neumann, John Nash, ei loro seguaci, per espandere l'insieme delle strategie X_i pure a x_i mista. Poi stabilire l'esistenza di (opportunamente formalizzato in strategie miste) situazioni di gioco (8), corrispondenti all'equilibrio della domanda da parte (5) Berger.

Quindi, si costruisce l' σ -algebra B Borel (X_i) su ciascuno dei compatte X_i $(i \in \mathrm{N})$ e l'algebra B Borel (X) per una varietà di situazioni $X = \prod_{i \in \mathrm{N}} X_i$, assumendo che B (X) contiene tutti gli elementi del prodotto cartesiano della Borel σ -algebre B (X_i) ($i \in \mathrm{N}$).

Secondo la teoria matematica dei giochi, una strategia mista i del giocatore esimo $\nu_i(\cdot)$ sarà identificato con una misura di probabilità sul compatta X_i .

Per definizione [21. 114] è una misura di probabilità è una funzione $\nu_i(\cdot)$ scalare non negativa definita sulla Borel σ -algebra B (X_i) sottoinsiemi di compatta $X_i \subset \mathbf{R}^{l_i}$ e soddisfare le seguenti due condizioni:

1) $\nu_i\left(\bigcup_k Q_k^{(i)} \right) = \bigcup_k \nu_i(Q_k^{(i)})$ per qualsiasi sequenza $\{Q_k^{(i)}\}_{k=1}^{\infty}$ di elementi disgiunti di B (X_i) (numerabile di proprietà di additività della funzione $\nu_i(\cdot)$);

2) $\nu_i(X_i) = 1$ (normalizzazione), e quindi $\nu_i(Q^{(i)}) \le 1 \ \forall Q^{(i)} \in B(X_i)$.

Indichiamo $\{\nu_i\}$ l'insieme delle strategie miste di i-Player ($i \in \mathrm{N}$).

Si noti inoltre che l'azione-opere $\nu(dx) = \nu_1(dx_1)...\nu_n(dx_n)$ sono misure di probabilità su una varietà di situazioni X. L'insieme di tali misure di probabilità (situazioni) è indicato con $\{\nu\}$. Dalle note proprietà di misure di probabilità [22, p. 288] implica che l'insieme di tutte le possibili misure di probabilità $\nu_i(dx_i)$ ($i \in \mathrm{N}$) e $\nu(dx)$ sono debolmente compatto [22, p. 212, 254].

5.2. Estensione mista del gioco (8). "Garanzie" di gioco in strategie pure (8) si associa la sua estensione mista

$$\left\langle \mathrm{N}, \{\nu_i\}_{i\in\mathrm{N}}, \{f_i[\nu] = \int_X f_i[x]\nu(dx)\}_{i\in\mathrm{N}} \right\rangle$$

(12)

dove, come in (8), N è l'insieme dei numeri di sequenza di giocatori $\{\nu_i\}$ - un sacco di strategie miste $\nu_i(\cdot)$ per l'i-Player ($i \in \mathrm{N}$). Nel gioco (12), ciascun giocatore i-esimo sceglie una strategia mista $\nu_i(\cdot) \in \{\nu_i\}$, il risultato è una situazione in strategie miste. Definito sul set della funzione $\{\nu\}$ di payoff (aspettativa) $f_i[\nu] = \int_X f_i[x]\nu(dx)$ di ciascuna delle i-Player.

Per il gioco (12) un analogo della situazione $x^\vee$, l'equilibrio in Berger, che è quello di soddisfare i requisiti (5), sarà

Definizione 3. La situazione in strategie $\nu^\vee(\cdot) \in \{\nu\}$ miste è un equilibrio per il gioco da Berger (12), se

$$\max_{\nu_{\mathrm{N}\setminus\{i\}}(\cdot)\in\{\nu_{\mathrm{N}\setminus\{i\}}\}} f_i[\nu \,\|\, \nu_i^\vee] = f_i[\nu^\vee] \quad (i \in \mathrm{N})$$

(13)

dove,

$\nu_{\mathrm{N}\setminus\{i\}}(dx_{\mathrm{N}\setminus\{i\}}) = \nu_1(dx_1)...\nu_{i-1}(dx_{i-1})\,\nu_{i+1}(dx_{i+1})...\nu_n(dx_n)$, $\nu^\vee(dx) = \nu_1^\vee(dx_1)...\nu_n^\vee(dx_n)$,

$[\nu \,\|\, \nu_i^\vee] = [\nu_1(dx_1)...\nu_{i-1}(dx_{i-1})\,\nu_i^\vee(dx_i)\,\nu_{i+1}(dx_{i+1})...\nu_n(dx_n)]$

.

Molte situazioni in strategie miste del $\nu^\vee(\cdot) \in \{\nu\}$ gioco (12), definisce i requisiti (13), preceduto dalle parole $\{\nu^\vee\}$.

5.3. Proprietà di equilibrio di situazioni Berger misti giochi di strategia (12)

Asserzione 4. Let 'garanzie gioco "(8) del set X_i ($i \in \mathrm{N}$) sono compatti, le funzioni di payoff $f_i[x]$ sono continue e non vuoto per $X = \prod_{i\in\mathrm{N}} X_i$ una serie di situazioni in strategie miste che soddisfano l'equilibrio da Berger (13).

Poi $\{\nu^\vee\}$ è sottoinsieme debolmente compatto di situazioni $\{\nu\}$ nei giochi di strategia mista (12).

Corollario 1. Analogamente, vi è un compatto (chiuso e limitato) nello spazio $\mathbf{R}^n$ criterio $f[\{\nu^\vee\}] = \bigcup_{\nu(\cdot)\in\{\nu^\vee\}} f[\nu]$ di cui la n-vettore $f = (f_1,..., f_n)$.

6. Teoremi di esistenza

Qui vi presentiamo due teoremi. Il primo è dedicato l'esistenza di una situazione di equilibrio in strategie $\nu^\vee(\cdot)$ miste da Berger (13) nel gioco (12). Il secondo stabilisce l'esistenza di un equilibrio di strategia mista è fortemente garantita Berge (simile a Definizione 2) nel gioco Γ_n.

Teorema 1. Se il "gioco garanzie" (8) del set X_i - non vuoto compatto e la funzione di payoff di ciascuno di i-Player $f_i[x]$ ($i \in \mathrm{N}$) è continuo $X = \prod_{i\in\mathrm{N}} X_i$, quindi nel gioco (8), vi è la situazione in equilibrio strategia $\bar{\nu}^\vee(\cdot) \in \{\nu\}$ mista nel gioco da Berger (12).

La prova è simile alla Proposizione 1, utilizzando, in primo luogo, la continuità della funzione $\varphi(x,z)$ (9), e in secondo luogo, il caso particolare del Teorema Glicksberg [23] per un punto di sella e, in terzo luogo $\max_{i\in N}\int_{X\times X}\varphi_i(x,z)\,\mu(dx)\,\nu(dz)\le\int_{X\times X}\max_{i\in N}\varphi_i(x,z)\,\mu(dx)\,\nu(dz)$, la disuguaglianza ovvia $\mu(\cdot)\in\{\nu\}$ e $\nu(\cdot)\in\{\nu\}$ per qualsiasi (una generalizzazione delle proprietà ben note del funzionamento della massima : l'importo massimo non superiore alla somma dei valori massimi).

Ci rivolgiamo ora a l'analogo della Definizione 2 - fortemente garantita da Berge equilibrio in strategie miste per il gioco

$$\Gamma_n=\left\langle \mathrm{N},\ \{X_i\}_{i\in \mathrm{N}},\ Y^X,\ \{f_i(x,y)\}_{i\in \mathrm{N}}\right\rangle.$$

Per questo gioco Γ_n ci associamo la sua kvazismeshannoe espansione

$$\tilde{\Gamma}_n=\left\langle \mathrm{N},\ \{\nu_i\}_{i\in \mathrm{N}},\ Y^X,\ \{f_i(\nu,y)\}_{i\in \mathrm{N}}\right\rangle.$$

Nel gioco $\tilde{\Gamma}_n$, come in Γ_n $\mathrm{N}=\{1,\dots,n\}$ - l'insieme dei numeri ordinali di giocatori. In $\tilde{\Gamma}_n$ ogni giocatore i-esimo ($i\in \mathrm{N}$) insieme a strategie pure $x_i\in X_i\subset \mathbf{R}^{l_i}$ possono essere utilizzati e misti - misure $\nu_i(\cdot)$ di probabilità definiti sulla Borel σ-algebra B (X_i). Il set Y^X - una serie di incertezze, $y(x):X\to Y$ e $Y\subset\mathbf{R}^m$ - un sacco di fattori incerti y. La funzione di payoff del giocatore i-esimo ha la forma $f_i(\nu,y)=\int_X f_i(x,y(x))\ \nu(dx)$.

(14)

Analogamente, la definizione di 2 si introduce il concetto di equilibrio è fortemente garantita da Berger in strategie $(\bar{\nu}^{\vee}(\cdot),\bar{f}^S)$ miste per il gioco Γ_n (dove $f=(f_1,\dots,f_n)$) con tre fasi:

Fase I: n costruire un funzioni a valori $y^{(i)}(\cdot)\in Y^X$ vettoriali, sulla base delle condizioni

$$\min_{y\in Y} f_i(x,y)=f_i(x,y^{(i)}(x))=f_i[x]\qquad \forall x\in X\quad (i\in \mathrm{N})$$

Fase II: per non cooperativo "garanzia gioco» n persone in strategie miste

$$\left\langle \mathrm{N},\{\nu_i\}_{i\in \mathrm{N}},\{f_i[\nu]\}_{i\in \mathrm{N}}\right\rangle\ (15)$$

trovare un sacco $\{\nu^{\vee}\}\subset\{\nu\}$ di situazioni in strategie $\nu^{\vee}(\cdot)$ miste tali che

$$\max_{\nu_{\mathrm{N}\setminus\{i\}}(\cdot)\in\{\nu_{\mathrm{N}\setminus\{i\}}\}} f_i[\nu\,\|\,\nu_i^{\vee}]=f_i[\nu^{\vee}]\qquad (i\in \mathrm{N})$$

(16)

dove

$$\nu_{\mathrm{N}\setminus\{i\}}(dx_{\mathrm{N}\setminus\{i\}})=\nu_1(dx_1),\dots,\nu_{i-1}(dx_{i-1}),\nu_{i+1}(dx_{i+1}),\dots,\nu_n(dx_n)$$

cioè in $\nu^{\vee}(\cdot)$ equilibrio da Berger (16) nel gioco (15).

Fase III: costruire la soluzione massima $\bar{\nu}^{\vee}(\cdot)\in\{\nu\}$ Slater in n-criteri problema

$$\left\langle\ \{\nu^{\vee}\},\{f_i[\nu]\}_{i\in \mathrm{N}}\right\rangle,$$

cioè $\nu(\cdot)\in\{\nu^{\vee}\}$, per qualsiasi sistema incoerente di disuguaglianze severe

$$f_i[\nu]>f_i[\bar{\nu}^{\vee}]=\bar{f}_i^S\qquad (i\in \mathrm{N}).$$

La coppia risultante è ditto $(\bar{\nu}^{\vee},\bar{f}^S=(\bar{f}_1^S,\dots,\bar{f}_n^S))$ di essere fortemente garantito l'equilibrio da Berger (USRB) in strategie miste per il gioco Γ_n.

Il risultato principale di questo lavoro è Teorema 2. Sia il gioco Γ_n.

1^0. set $X_i\subset\mathbf{R}^{l_i}$ ($i\in \mathrm{N}$) è $Y\subset\mathbf{R}^m$ non vuoto compatto e Y convesso;

2^0. funzione payoff di ciascuno degli i-Player $f_i(x,y)$ ($i\in \mathrm{N}$) sono congiuntamente continua su $X\times Y$ ($X=\prod_{i\in \mathrm{N}}X_i$) e per $x\in \mathrm{X}$ qualsiasi strettamente convessa $y\in \mathrm{Y}$, cioè per ogni con $\forall\lambda_i=const\in(0,1)$ e $\forall y^{(j)}\in Y$ $(j=1,2)$ $y^{(1)}\ne y^{(2)}$ ha una diseguaglianza rigorosa

$$f_i(x,\lambda_i y^{(1)}+(1-\lambda_i)y^{(2)})<\lambda_i f_i(x,y^{(1)})+(1-\lambda_i)f_i(x,y^{(2)})\qquad (i\in \mathrm{N})$$

.

Poi c'è molto Γ_n da giocare per un equilibrio Berger garantito in strategie miste.

La prova è in conformità con le fasi I - III della USRB definizione di strategie miste.

Fase I. L'esistenza di una selezione $y^{(i)}(x)$ continua della mappatura multivalore (4) segue direttamente dalla stretta convessità $f_i(x, y)$ $y \in Y$ e convessità sul CD Y.

Fase II. Secondo Teorema 1, l'insieme di equilibrio da situazioni Berger in strategie miste $\{\nu^{\vee}\} \neq \varnothing$. È debolmente compatto (clausola 4), che implica $\mathbf{R}^n$ la compattezza dell'insieme $f[\{\nu^{\vee}\}]$ (Corollario 1). Accuse necessarie qui sono dimostrati compattezza altrettanto debole [24].

Fase III. Esistenza di massima Slater soluzione (debolmente efficiente) n-criteri problema $\left\langle \{\nu^{\vee}\},\ f[\nu] = \left(f_1[\nu], \ldots, f_n[\nu] \right) \right\rangle$ segue immediatamente dalla compattezza $f[\{\nu^{\vee}\}]$ (fatto ben noto dalla teoria dei multi-criteri di ottimizzazione).

Conclusione.

Come bilanciare i conflitti che imperversano nel mondo moderno? Lungi dall'essere semplice, ma la questione reale! Ancora assestamento di (bilanciamento) conflitti si è verificato nel mettere a fuoco i propri interessi dei suoi partecipanti. I risultati sono visibili! Ma, come questo articolo è, è possibile bilanciare i conflitti "amichevolmente" - indirizzando i propri sforzi per aiutare i colleghi "conflitti" (utilizzando l'equilibrio da Berger). Così la definizione 1 (requisito (1^0)), il primo giocatore dirige tutti i suoi sforzi sul miglioramento della situazione del secondo e terzo, dimenticando i propri interessi. Lo stesso vale per il secondo e terzo (seconda, per esempio, aiuta a massimizzare il primo e terzo). Tale situazione si verifica nella famosa teoria dei giochi "dilemma del prigioniero", dove il massimo Pareto coincide esattamente con l'equilibrio da Berger. Come dimostrato da questo articolo, esistono una tale amichevole conflitti di bilanciamento sotto vincoli normali nella teoria matematica dei giochi. Per la costruzione pratica qui dovrebbe coinvolgere l'affermazione 1.

References:

1. Nash J.F. Equilibrium points in N-person games. V.36. PP. 48-49.
2. Nash J.F. Non-cooperative games. PP. 286-295.
3. Harshanyi D., Zelton R. 2001. The general theory of equilibrium selection in games. St. Petersburg School of Economics.
4. George Soros. 1999. The crisis of global capitalism. Open society at risk. Lane. Translated from English.
5. 1990. The New Testament. The Gospel of Luke. Chap. 6 verse. 31 (in the book. Old Testament. Edition of the Moscow Patriarchate. p. 1091)
6. Berge C. 1957. Théorie Générale des Jeux à n Personnes Games. Paris: Gauthier-Villars.
7. 1961. Shubik M. Review: The general theory of n-person games by Claude Berge. Econometrica. P. 821.
8. K.S. Weisman. 1995. Equilibrium Berger. St. Petersburg State University.
9. Zhukovskiy V.I., Salukvadze M.E., Vaisman K.S. 1994. The Berge equilibrium. Preprint, Institute of Control Systems, Tbilisi.
10. Weisman K.S. 1994. Equilibrium Berger. Linear-quadratic differential games. Naukova Dumka. pp 119-143.
11. Weisman K.S. 1995. The Berge equilibrium for linear-quadratic differential game. Workshop "Nonsmooth and Discontinuous Problems of Control and Optimization". St.-Petersburg. PP. 45-48.
12. Zhukovskiy V.I., Molostvov V.S., Vaisman K.S. 1997. Non-cooperative games under uncertainty. Game Theory and Application. PP. 189-222.
13. Weisman K.S., Zhukovskiy V.I. 1994. The Berge equilibrium under uncertainty. Workshop "Multiple criteria problems under uncertainty". Orekhovo-Zuevo, Russia. PP. 97-98.
14. Radjef M.S. 1998. Sur l'existence d'un équilibre de Berge pour un jeu différentiel à

n personnes. Cahiers Mathématiques de l'Université d'Oran. PP. 89-93.
15. Nessah R., Larbani M., Tazdait T. 2007. A note on Berge equilibrium. Applied Mathematics Letters. P.926-932.
16. Colman A.M., Korner T.W., Musy O. and Tazdait T. 2011. Mutual support in games: some properties of Berge equilibria. Journal of Mathematical Psycology, Article in Press. PP. 1-10.
17. Mashenko S.O. 2012. The concept of Nash equilibrium and its development. P. 40-61.
18. N.N. Vorobyov. 1985. Game theory for economists, computer scientists.
19. Zhukovsky V.I., Zhiteneva Yu.N. 2008. The existence of equilibrium in the Berger-Vaisman. Spectral and Evolution Problems. Vol. 18. PP. 61-64.
20. Zhukovsky V.I. 2010. Introduction to differential games under uncertainty: Equilibrium Berge-Vaisman. Moscow: URSS, Krasand.
21. N.N. Vorobyov. 1954. Fundamentals of the theory of games. Non-cooperative games.
22. Lyusternik L.A., Sobolev V.I. 1969. Elements of functional analysis.
23. Glicksberg I.I. 1952. A further generalization of the Kakutani fixed point theorem, with application to Nash equilibrium points. PP. 170-174.
24. Zhukovsky V.I., Kudryavtsev K.N. 2013. Balancing conflict with uncertainty II. Analogue maximin. Mathematical game theory and its applications. pp 3-45.

Fico. 1 Costruire un forte equilibrio garantito da Berger